

運用 Time varying normal copula 研究跨國間 REITs 指數之相關性

—以日本、美國、澳大利亞、英國為例

Analysis on the correlation of international REITs index using time varying normal copula: evidence on Japan, USA, Australia and UK

金正綱^{1*}

¹ 國立嘉義大學 應用經濟系碩士班 研究生

*s1011471@mail.ncyu.edu.tw

摘要

於2000年後，REITs（不動產證券化商品）興起，使得進入跨國投資不動產商品的門檻大幅下降，不動產商品流動性及變現能力大幅提高，傳統文獻中提及之各國不動產市場間區域隔絕遭到挑戰。

本文以動態Normal Copula模型研究2003年至2015年間，日本REITs指數與其他國家（美國、澳洲、英國）之REITs指數間是否具有關聯性，另外藉由資料切割，瞭解全球性的系統風險發生改變（2008年金融海嘯）以及單一市場發生衝擊（如2013年4月4日安倍政府宣布將進行日本REITs之收購），是否會使REITs指數間的相關性發生變化。

實證結果發現各國間REITs指數存在著低度相關性，以及2008年之金融海嘯以及2013年日本政府之政策宣告改變日本與他國間的REITs市場之相關性。

關鍵字：REITs、time-varying Copula、不動產證券化商品

1. 前言

不動產投資信託雖然早在1960年代就已在美國出現，但直到近年，全球的REITs市場方興未艾，如日本於2001年才有REITs商品登陸，英國也直至2007年REITs的相關法案才開始運作。Markowitz (1952) 的投資理論中指出，可由相關性低的金融商品建立投資組合達到分散非系統性風險已降低整體風險提高投資收益的目的。過去各國的不動產市場由於未能債券化，不動產商品流動性低、商品間的異質性高，所以不動產多為地區性的市場，外國投資者不易進入。REITs興起後，由於不動產商品的證券化使得進入投資門檻大幅下降，加上國際間金融市場自由化使得的各國各市場間結合度日益上升，使得不動產商品流動性及變現能力大幅提高，使得投資人更加容易參與不動產市場的交易行為，各國的不動產市場間的區域隔絕能力遭到挑戰。令人不經想要瞭解不動產商品的證券化商品市場是否也讓不動產市場的運作如同其他金融證券市場一般，容易產生市場與市場間的共移變化情形。

本研究便以REITs指數資料作為REITs市場之代表，研究日本與其他國家間的REITs市場是否存在著相關性，若有，此相關性是否會受到事件影響而發生改變，而再進一步區分事件為影響全球性的事件以及只會影響單一國家內REITs市場的事件，前者以金融海嘯為代表，後者則以2013年4月4日，安倍政府宣布將持續性購買日本REITs商品作為量化寬鬆工具的政策宣告日為代表。

本文資料選用Google Finance資料庫提供之2003年9月16日到2015年2月27日期間，道瓊所有權益型不動產投資信託整體報酬指數(Dow Jones Equity All REIT Total Return Index)、澳洲S&P/ASX200房地產投資信託指數(S&P/ASX 200 A-REIT)、東證REIT指數(TSE REITs Index)、富時EPRA/NAREIT英國指數(FTSE EPRA/NAREIT UK Index)，四國指數之收盤價變動率日資料。以動態Normal Copula-EGARCH(1,1)-t模型配適，並以兩階段最大似估計法進行參數估計。

2 · 相關文獻探討

Sklar (1959) 提出 Copula 理論的定義與性質，使得我們可以用邊際機率密度函數及 Copula 函數來構造多維隨機變數的聯合分配形式。Hollander (1973) 以及 Lehmann (1975) 則提出 Kendall τ 相關係數的定義用以衡量隨機變數間的變化方向是否一致。Bouyé (2000) 與 Schwetzer (1981) 則將 Kendall τ 相關係數轉換成 Copula 函數形式。Patton (2001) 指出兩階段最大似估計法估計之 Copula 函數參數與以一次性最大似估計法估計出之 Copula 函數參數差異不顯著使得 Copula 函數參數過多不易估計問題得到改善。

Zhou and Anderson (2012) 研究中發現到 REITs 的報酬率資料如同其他金融時間序列資料一般具有後尾的特性，以 GARCH-GED 或是 GARCH-T 進行配適結果並無差異，顯示可以 GARCH-T 或是 GARCH-GED 配適 REITs 報酬率時間序列。

Peng and Lee (2013) 應用 ARMAX-GJR-GARCH 結合 time varying normal copula 檢驗美國與日本間的 REITs 於 2005 年 3 月 31 至 2011 年 12 月 31 日為止，是否存在著相關性。選用的變數為 MSCI US REITs index、DJ Composite all REITs index、DJ Real Estate Index、Japan REITs index 以及 Japan real estate index。發現在次貸危機發生前，兩國間 REITs 指數的 Kendall τ 相關係數低(接近於 0)，顯示兩國間不動產市場相關性不高，但於次貸危機發生後，兩國 REITs 指數的相關性正向增強。

3 · 模型設定

3.1 模型

Copula 函數是由 Sklar 於 1959 年提出，可將任一聯合機率密度函數拆解為若干個邊際機率密度函數及一個 Copula 函數，換句話說，也可以給定若干個邊際機率密度函數，由一個 Copula 函數加以“黏合”後，成為一個聯合機率密度函數。

本文將使用 Time-varying copula 方法，以 Normal copula 模型來檢驗日本 REITs 指數與其他國家之 REITs 指數間的是否存在相關性。以下將簡短介紹組成 time-varying Normal Copula 模型所需之各部分後，再說明所使用之 Kendall τ 相關係數與相關係數 ρ ，最後以兩階段最大似估計法估計之。

可以將二元 time-varying normal copula 模型簡單的分為三個部分。第一部分為邊際機率密度函數本研究中選用指數 GARCH(1,1)-t 作為邊際機率密度函數之配適，第二部分為 normal copula 函數，將兩者黏合後即可得到靜態之 normal copula 模型，若將 normal copula 函數中的待估參數給與動態過程，則可以建立 time-varying normal copula 模型。

具體表達如下：

$$y_{nt} = \mu_{nt} + \varepsilon_{nt} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{nt} = h_{nt}^{1/2} \xi_{nt} \quad (2)$$

$$\ln h_{nt} = \alpha_n + \sum_{k=1}^{\infty} \beta_{nk} g_k(\xi_{nt-k}) + \sum_{j=1}^{q_n} \alpha_{nj} \ln h_{nt-j} \quad (3)$$

$$g_n(\xi_{nt}) = \theta_n \xi_{nt} + \gamma_n (|\xi_{nt}| - E[|\xi_{nt}|]) \quad (4)$$

其中， $n = 1, 2$ ， $t = 1, 2, \dots, T$ ；(1)~(4)表示兩筆資料分別以 EGARCH 進行估計。

$$(\xi_{1t}, \xi_{2t}) \sim C(T_{v1}(\xi_{1t}), T_{v2}(\xi_{2t})) \quad (5)$$

(5)表示 EGARCH 估計後所得標準化殘差之聯合分配可以以一個 copula 模型進行近似，其中， $T_{v_i}(\xi_{it})$ 表示第 i 個國家的 REITs 成長率資料之標準化殘差服從均值為 0，標準差為 1，自由度為 v_i 的標準 t 分配，意即：

$$\sqrt{\frac{v_t}{v_t-2}} \xi_{it} \sim t(v_t), t = 1, 2 \quad (6)$$

$$C(T_{v_1}(\xi_{1t}), T_{v_2}(\xi_{2t})) = \frac{1}{2\pi\sqrt{1-\rho^2}} \exp \left[\frac{\Phi^{-1}(F_1(\xi_{1t}))^2 + \Phi^{-1}(F_2(\xi_{2t}))^2 - 2\rho\Phi^{-1}(F_1(\xi_{1t}))\Phi^{-1}(F_2(\xi_{2t}))}{2(1-\rho^2)} \right] \exp \left[-\frac{\Phi^{-1}(F_1(\xi_{1t}))\Phi^{-1}(F_2(\xi_{2t}))}{2} \right], n = 1, 2, t = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$

(7)為(5)中的具體函數形式，即為 normal copula 函數的機率密度函數，normal copula 函數僅適合用以配適尾部漸進獨立，且對稱的聯合分配。

3.2 Kendall τ 相關係數

Hollander and Wolfe (1973) 提出以 Kendall τ 係數測量 n 維變數間一致程度， τ 被定義為從隨機變數 X 及 Y 中隨機抽取的任兩組觀察值一致的機率與不一致的機率之差。

$$\tau \equiv P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) > 0] - P[(x_1 - x_2)(y_1 - y_2) < 0] \quad (8)$$

其中 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 代表相互獨立但服從相同分配的兩組隨機變數且 $\tau \in [-1, 1]$ 。

當 $\tau = 1$ ，隨機變數 X 與 Y 的變化方向完全一致，兩者完全正相關；

當 $\tau = 0$ ，隨機變數 X 與 Y 的變化方向一致與不一致的機率各半。

當 $\tau = -1$ ，隨機變數 X 與 Y 的變化反向完全一致，兩者完全負相關。

Schwetzer and Wolff (1981) 若二維隨機變數 (X, Y) 的邊際累積分配函數分別為 $F(x)$ 及 $G(y)$ ， $F(x), G(y) \in [0, 1]$ ，其對應之 Copula 函數為 $C(F(x), G(y))$ 則：

$$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(F(x), G(y)) dC(F(x), G(y)) - 1 \quad (9)$$

由於 Kendall τ 與 Normal copula 之參數 ρ 有一一對應關係，可以將其加入自我迴歸方程後，即可使待估參數 ρ 動態化，可以更好的捕捉金融時間序列間的關聯性隨著時間而發生波動的特性。

$$\tau_t = \bar{\Lambda}(\varphi + \delta\tau_{t-1} - \kappa\tau_{t-2} + \lambda|T_{v_1}(\xi_{1,t-1}) - T_{v_2}(\xi_{2,t-1})|) \quad (10)$$

$$\bar{\Lambda}(x) \equiv (1 - e^{-x})(1 + e^{-x})^{-1} \quad (11)$$

(10)為 τ 的動態方程，由截距項 φ 、自我迴歸項 $\delta\tau_{t-1}$ 、 $\kappa\tau_{t-2}$ 及捕捉過去累積機率的絕對值差額項 $\lambda|T_{v_1}(\xi_{1,t-1}) - T_{v_2}(\xi_{2,t-1})|$ 共同組成，(11)之 $\bar{\Lambda}$ 則為一羅吉斯轉換過程，保證估計所得之動態 τ 仍會介於正負 1 之間。

3.3 相關係數 ρ (spearman's ρ)

$$\rho = 12 \int_0^1 \int_0^1 f(x)g(y)dC(u,v) - 3 = \frac{Cov(F(x),G(y))}{\sqrt{Var(F(x))Var(G(y))}} = \rho(F(x),G(y)) \quad (12)$$

上式表示 ρ 為兩個累積分配函數的線性相關係數。

3.4 兩階段最大似估計法

步驟一：先以最大似估計法估計邊際機率密度函數的參數。

$$\hat{\theta}_1 = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^T \ln f_1(x_{1i} | \theta_1) \quad (13)$$

$$\hat{\theta}_2 = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^T \ln f_2(x_{2i} | \theta_2) \quad (14)$$

$\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 分別代表兩個邊際機率密度函數的所有參數之估計值。

步驟二：將估計值代入邊際累積分配函數後再估計 Copula 函數中的其他參數。

$$\hat{\theta}_c = \operatorname{argmax} \sum_{i=1}^T \ln c(F_1(x_1), F_2(x_2) | \theta_c) \quad (15)$$

θ 代表 Copula 函數中的其他參數之估計值。

相對於一次估計完整 Copula 模型之所有參數，Patton (2001) 指出兩階段最大似估計法有估計之 Copula 函數參數與以一次性最大似估計法估計出之 Copula 函數參數差異不顯著使得 Copula 函數參數過多不易估計問題得到改善等優點，另外，本文中為研究最終 Copula 模型之 Kendall τ 動態過程發生改變是來自於邊際分配改變還是來自於 copula 函數的參數發生改變所導致，使用兩階段最大似估計法可以更好的得到這個研究之結果。

4·實證結果

表 1 為各國 REITs 指數於實證中之對應代號及其資料期間，如 TSE 即為東證 REITs 指數之代號，代號後之英文字母則對應第一種資料切割方式及樣本期間，代號後之阿拉伯數字則代表對應第二種資料切割方式及樣本期間。

相當多文獻在處理單一金融時間序列時都闡明金融時間序列有自我相關且波動群聚的特性，適合使用 Garch 模型來捕捉其波動情形，由於各國 REITs 資料無論是否進行切割都存在著高狹峰、後尾的特性，Jarque-Bera 檢定顯示均不服從常態分配。另外以樣本資料使用 GARCH-student's t 模型進行估計時會遇到參數合非常接近 1 之問題，因此以指數 Garch(EGarch(1,1)-t)模型進行 Copula 模型邊際分配建構可以得到良好配適，將其估計結果之標準化殘差與其對應之 t 分配進行轉換後，可以得到資料在[0,1]區間內的累積機率分配。

由於二元 Copula 模型是由兩個邊際分配及 Copula 函數共同構成，要求兩個邊際分配間的觀察值個數必須相等，但各國間開市時間於 2003 年 9 月 16 日至 2015 年 2 月 27 日間並非完全一致，所以必須將資料進行日期調整使其一致後，方可進行兩階段最大似估計法求得 Copula 函數之參數，表 2 為日本與其他國家間 REITs 指數之成長率經過日期調整後以 EGarch(1,1)-t 進行估計後所得對應之 t 分配自由度。表 3、表 4、表 5 為 TSE 與其他國家間 Normal Copula 函數之參數估計結果，參數 P1~P4 分別對應式(11)中 Normal Copula 函數 Kendall τ 動態過程之各項參數；MLE 為其最大似然值。圖 1 至圖 9 為 Normal Copula 函數中，Kendall τ 值的動態過程及 Kendall τ 值經過轉換後所對應之相關係數 ρ 值之動態過程。

表 2 中 TSE(ASX)代表日本之 TSE 指數對應澳洲 ASX 指數之開盤日期後，調整而得之資料，其服從之 t 分配自由度為 5.7758、標準誤為 0.659050。觀察 TSE(ASX)、TSE(UK)、TSE(DJX)發現雖然將 TSE 指數經過所對應國家之 REITs 指數調整後，其 t 分配之自由度差異不大。且其進行資料分割後對應之自由度變化趨勢也相同。最後，只有 ASX_01 之 t 分配自由度不顯著，ASX_03 之 P 值低於 10%之顯著水準，其他 REITs 指數於各時期所對應之 t 分配自由度 P 值皆低於 5%之顯著水準。

圖 1、圖 4 及圖 7 分別顯示 Normal Copula 函數動態 Kendall τ 值及相關係數 ρ 之估計結果，觀察到若不對資料進行切割，圖 1 中 TSE 與 ASX 間 Kendall τ 顯示日本與澳洲間的 REITs 指數除少數幾個時點外，發生同步變化高於非同步變化的機率約介於 0.1 至 0.3 之間，相關係數 ρ 的變動約介於 0.2 至 0.4 之間；圖 4 中 TSE 指數與 UK 指數間的 Kendall τ 則顯示兩國間發生同步變化高於非同步變化的機率大多介於 0.08 至 0.14 間，轉換為相關係數 ρ 後其值約介於 0.12 至 0.24 之間；最後，圖 7 顯示美國與日本間的 Kendall τ 顯示兩國 REITs 市場間同步變化大於非同步變化的機率約介於 -0.1 到 0.2 之間，相關係數 ρ 則大多介於 -0.1 至 0.3 之間，合併 Normal Copula 對於日本對其他三國 REITs 指數之估計結果可以發現，日本之 REITs 市場與其他國家的 REITs 市場存在著關聯性，與美國 REITs 市場間的相關性最低，英國次之，與澳洲間的相關性最高。

另外為研究 2008 年 6 月以及 2013 年 4 月 4 日是否會對跨國間 REITs 市場的相關性發生改變，將資料分別以兩種方式進行切割，且無論何種方式下都存在兩個切割時點，一為 2008 年 6 月 1 日，另一則為 2013 年 4 月 4 日--日本政府宣告將對於 J-REITs 進行收購的宣告日。

第一種切割方式為切割估計完整個期間(2003 年 9 月 16 日至 2015 年 2 月 27 日)邊際分配所得到之標準化殘差，再將資料分別對應三個時期，進行第二階段最大似估計法得到 Normal Copula 函數的 Kendall τ 及相關係數 ρ 動態過程加以合併後呈現在圖 2、5、8；第二種切割方式為直接切割原始成長率資料為三個時間段後，再分別進行兩階段最大似估計得到新的邊際分配之 T 自由度(表 2)及重新估計 Normal Copula 函數的參數結果(表 3 至 5)與 Kendall τ 及相關係數 ρ 動態過程(圖 3、6、9)。

這兩種切割方式不同在於，第一種切割方式保留原本估計的邊際分配，也就是假設各國家之 REITs 指數各自的單一時間序列沒有發生結構轉變，只有兩國家間的聯合分配產生變化，對應於 Copula 模型，就是 Copula 函數的參數發生改變，但 EGARCH(1,1)-t 的估計結果不變，第二種切割方式則是假設兩者間的邊際分配也就是各自單一時間序列有發生改變，進而影響到兩者間的聯合分配不同，所以相關性也不同，對應於 Copula 模型，就是 EGARCH(1,1) - t 的參數改變所得之標準化殘差與其服從之 t 分配自由度不同，最後造成相關性發生變化，另外必須說明，在第二種切割方式下，有可能發生變化的原因來自 Copula 函數之參數跟著發生改變，而原邊際分配沒有變化。

在第一種切割方式下，TSE 與 ASX 指數間的關聯性發生明顯的變化，在 2008 年以前 Copula 之 τ 值介於 0.1 至 0.3 之間，而在 2008 年至 2013 年 4 月 3 日間，則轉為介於 0.15 至 0.2 之間，於 2013 年 4 月 4 日後其值又變為介於 -0.1 至 0.2 之間，顯示三段時間內兩者發生同步機率大於非同步變化的機率有明顯的差異存在且與不進行任何切割的估計結果也有明顯的差別。TSE 與 UK 指數間的 τ 值在 2008 年以前介於 -0.15 至 0.3 之間，08 至 13 年間則介於 0.05 至 0.25 之間，2013 年 4 月 4 日後則又介於 -0.1 至 0.3 之間，與 2008 年之情況雷同，但 2008 年至 2013 年間的相關性變化則與前後兩段期間不同，但三段時間內的 τ 值都與不進行任何切割的估計結果不同。TSE 與 US 的資料則顯示 2003 年至 2008 年與 2008 至 2013 年間 τ 值的區間並沒有明顯的差異存在，顯示兩國 REITs 市場間的不同步機率大於非同步機率約介於 -0.1 至 0.2 之間與不進行切割而估計的結果相同，但 2013 年 4 月 4 日之後的 τ 值則有往上移動的情況存在，顯示 2013 年後兩者間的相關性可能發生變化。由同時期的相關係數 ρ 也可以觀察到以上的差異存在。

最後討論將原始資料切割後從新進行兩階段最大似估計法以得到 Normal Copula 函數之參數估計結果，TSE 與 ASX 指數間的 Kendall τ 值在 2008 年以前與不進行切割及第一種切割法所得之結果相似，但 2008 年至 2013 年間的 τ 值變化與前兩者不同介於 0.05 至 0.3 之間，2013 年 4 月 4 日後則介於 0.3 及 -0.2 之間，圖形與第一種切割結果類似但變化區間放大，顯示在這種分析方式下，表現出之相關性較不穩定。TSE 與 UK 的實證發現，以第二方式進行切割估計之結果在 2008 年六月以前，Kendall τ 值與第一種切割方式估計之結果相同都介於 -0.1 至 0.3 之間但與不切割直接進行估計之結果有明顯落差，在第二段期間內的表現則相對於第一種切割方式較為平穩，但其值略高於不切割直接估計的結果，在 2013 年 4 月 4 日後則與第一種切割方式結果類似，與不切割估計結果差異甚大。TSE 與 US 指數於 2008 年 6 月前之 Kendall τ 值顯示相對於不切割與第一種切割， τ 值的變化區間較小約介於 -0.5 及 1.5 之間，而 2008 年 6 月至 2013 年 4 月 3 日間的 τ 值區間與另外兩者雷同，2013 年 4 月後之 τ 值則與第一種切割方式相似，有增加的情況。

5 · 結論

整體來看，日本 REITs 指數與澳洲 REITs 指數間的相關性最高，英國與美國次之；相對於美國，日本 REITs 與英國 REITs 間的相關性較為穩定。

另外無論是否從新估計邊際分配及其自由度，日本 REITs 指數與澳洲及英國的 REITs 指數都於 2008 年 6 月之後表現出不同的相關性。顯示金融海嘯對於 J-REITs 與他國之 REITs 市場之關聯性產生影響，唯日本與美國間的關聯性變化不明顯，推測可能是因為兩國間的 REITs 指數之關聯性本來就不甚高所導致。而 2013 年 4 月 4 日後，日本與其他三個國家 REITs 指數間的相關性發生改變，顯示對於日本 REITs 指數的個別事件也會影響到與其他國家間 REITs 指數的相關性。而且這兩個時點在無論是否假設各國指數的單一時間序列發生結構轉變的情況下，都可以被觀察到相關性的動態過程發生變化。

日本 REITs 指數與其他國家的 REITs 指數間存在著相關性，且大多情況下為正向相關，且全球性金融衝擊及個別國家的單一事件都會影響到與其他國家 REITs 指數間的相關性，使其相關性發生變化。

另外補充實證結果與 Peng and Lee (2013) 部分吻合，於金融海嘯發生前美國與日本間的 REITs 相關程度不高，但金融海嘯發生後，Peng and Lee (2013) 發現兩者間的正相關係明顯增強，但於本研究中沒有發現到此一現象。

表 1 樣本代號與樣本期間

樣本	樣本代號	樣本期間	
TSE REITs Index	TSE	2003/9/16 ~ 2015/2/27	
	TSE_A	2003/9/16 ~ 2008/5/30	
	TSE_B	2008/6/01 ~ 2013/4/03	
	TSE_C	2013/4/04 ~ 2015/2/27	
	TSE_1	2003/9/16 ~ 2008/5/30	
	TSE_2	2008/6/01 ~ 2013/4/03	
	TSE_3	2013/4/04 ~ 2015/2/27	
	FTSE EPRA/NAREIT UK Index	UK	2003/9/16 ~ 2015/2/27
		UK_A	2003/9/16 ~ 2008/5/30
UK_B		2008/6/01 ~ 2013/4/03	
UK_C		2013/4/04 ~ 2015/2/27	
UK_1		2003/9/16 ~ 2008/5/30	
UK_2		2008/6/01 ~ 2013/4/03	
S&P/ASX 200 A-REIT	ASX	2003/9/16 ~ 2015/2/27	
	ASX_A	2003/9/16 ~ 2008/5/30	
	ASX_B	2008/6/01 ~ 2013/4/03	
	ASX_C	2013/4/04 ~ 2015/2/27	
ASX_1	2003/9/16 ~ 2008/5/30		
ASX_2	2008/6/01 ~ 2013/4/03		
ASX_3	2013/4/04 ~ 2015/2/27		

表 2 Egarch(1,1) - t 估計所得之 T 分配自由度

	TSE(ASX)	TSE_01(ASX)	TSE_02(ASX)	TSE_03(ASX)
T-DIST.DOF	5.775779*** (0.659050)	5.355007*** (1.031544)	6.490970*** (1.072395)	4.910971*** (1.278439)
	TSE(UK)	TSE_01(UK)	TSE_02(UK)	TSE_03(UK)
T-DIST.DOF	5.979515*** (0.705261)	5.146140*** (0.970862)	7.449103*** (1.324016)	4.932611*** (1.278026)
	TSE(DJX)	TSE_01(DJX)	TSE_02(DJX)	TSE_03(DJX)
T-DIST.DOF	6.056740*** (0.699437)	5.777931*** (1.166710)	6.683649*** (1.119632)	5.230256*** (1.385842)
	ASX	ASX_01	ASX_02	ASX_03
T-DIST.DOF	12.20956*** (1.996030)	9.120564*** (1.606997)	21.81755 (14.34241)	10.99477* (5.852463)
	UK	UK_01	UK_02	UK_03
T-DIST.DOF	7.421716*** (0.750850)	6.429158*** (0.984294)	8.607277 (1.363282)	9.919647*** (3.939816)
	DJX	DJX_01	DJX_02	DJX_03
T-DIST.DOF	8.012213*** (1.363218)	9.515518*** (2.827866)	11.60980*** (4.413648)	5.573222*** (1.688500)

表 3 ASX 與 TSE 指數之 Normal Copula 參數估計結果

	ASX_TSE	ASX_TSE_A	ASX_TSE_B	ASX_TSE_C	ASX_TSE_1	ASX_TSE_2	ASX_TSE_3
P1	0.029*** (0.0048)	0.096*** (0.0138)	0.489*** (0.0463)	0.404*** (0.0480)	0.095*** (0.0130)	0.677*** (0.0335)	0.730*** (0.1191)
P2	3.914*** (0.0717)	1.218*** (0.0291)	0.189*** (0.0386)	1.292*** (0.0507)	1.304*** (0.0317)	1.727*** (0.0393)	1.027*** (0.0469)
P3	1.862*** (0.0691)	0.7881*** (0.0291)	0.311*** (0.0294)	-0.167*** (0.0498)	0.708*** (0.0324)	-2.083*** (0.0280)	-1.196*** (0.0495)
P4	-0.084*** (0.0139)	-0.281*** (0.0289)	-0.204*** (0.0292)	-0.872*** (0.0478)	-0.278*** (0.0368)	-0.161*** (0.0356)	-1.234*** (0.0557)
MLE	0.02633	0.03104	0.02677	0.01037	0.03119	0.02820	0.01383

表 4 UK 與 TSE 指數之 Normal Copula 參數估計結果

	UK_TSE	UK_TSE_A	UK_TSE_B	UK_TSE_C	UK_TSE_1	UK_TSE_2	UK_TSE_3
P1	0.055*** (0.0136)	0.398*** (0.0302)	1.292*** (0.0298)	0.456*** (0.0669)	0.404*** (0.0305)	0.358*** (0.0426)	1.496*** (0.0480)
P2	-0.123*** 0.0192	-0.161*** (0.0314)	-1.789*** (0.0273)	1.887*** (0.0481)	-0.161*** (0.0288)	0.395*** (0.0306)	-3.870*** (0.0477)
P3	1.657*** (0.0192)	-1.976*** (0.0310)	-2.072*** (0.0257)	-0.958*** (0.0479)	-1.980*** (0.0358)	0.332*** (0.0307)	-2.079*** (0.0332)
P4	0.110*** (0.0189)	0.438*** (0.0302)	-0.087*** (0.0293)	-0.826*** (0.0476)	0.473*** (0.0305)	-0.239*** (0.0307)	0.106** (0.0409)
MLE	0.00815	0.00980	0.01608	0.01508	0.01014	0.01520	0.02446

表 5 DJX 與 TSE 指數之 Normal Copula 參數估計結果

	DJX_TSE	DJX_TSE_A	DJX_TSE_B	DJX_TSE_C	DJX_TSE_1	DJX_TSE_2	DJX_TSE_3
P1	0.333** (0.1434)	0.558*** (0.0300)	0.206* (0.1075)	0.352*** (0.0500)	0.133*** (0.0431)	0.361*** (0.0416)	0.398*** (0.0474)
P2	-1.445*** (0.0727)	-2.701*** (0.0257)	-1.380*** (0.0322)	-0.296*** (0.0477)	2.732*** (0.0244)	-1.372*** (0.0744)	-0.300*** (0.1128)
P3	-1.841*** (0.0965)	-1.949*** (0.0264)	-1.880*** (0.0301)	-1.528*** (0.1669)	-2.005*** (0.0226)	-1.878*** (0.0595)	-1.406*** (0.2987)
P4	0.342*** (0.1054)	-0.253*** (0.0297)	0.357*** (0.0952)	0.799*** (0.2671)	-0.081** (0.0349)	0.362*** (0.1209)	0.906*** (0.1817)
MLE	0.00406	0.00635	0.00411	0.00907	0.00325	0.00584	0.00985



圖 1 ASX 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態變化過程

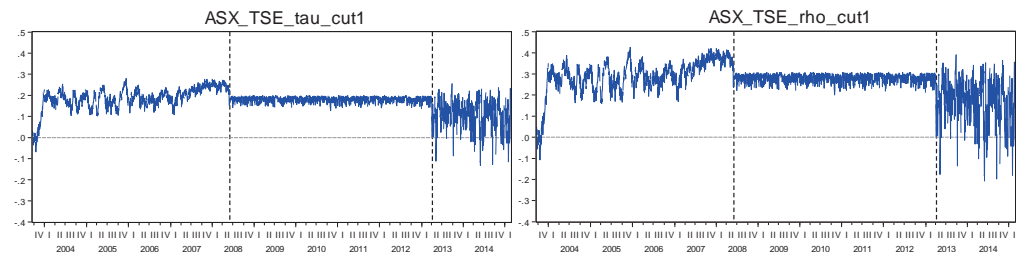


圖 2 ASX 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態依第一種切割方式的變化過程

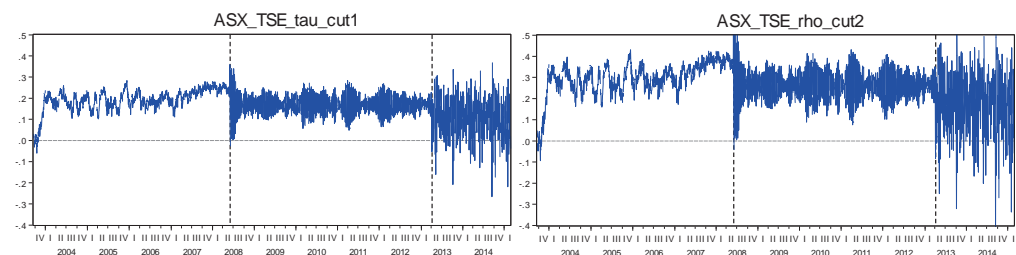


圖 3 ASX 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態依第二種切割方式的變化過程

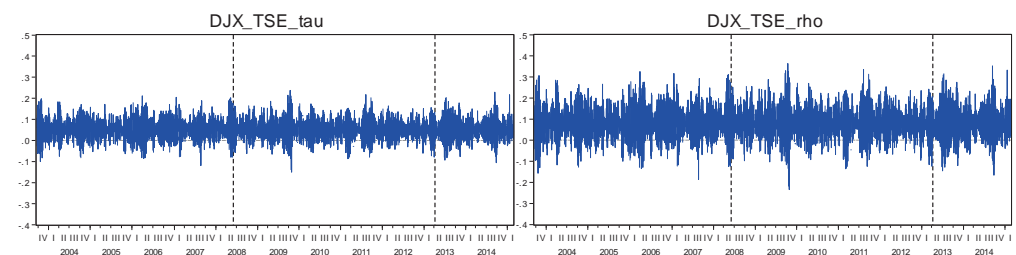


圖 4 DJX 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態變化過程

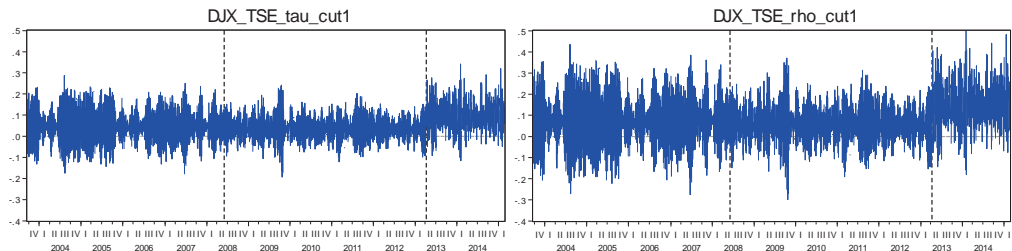


圖 5 DJX 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態依第一種切割方式的變化過程

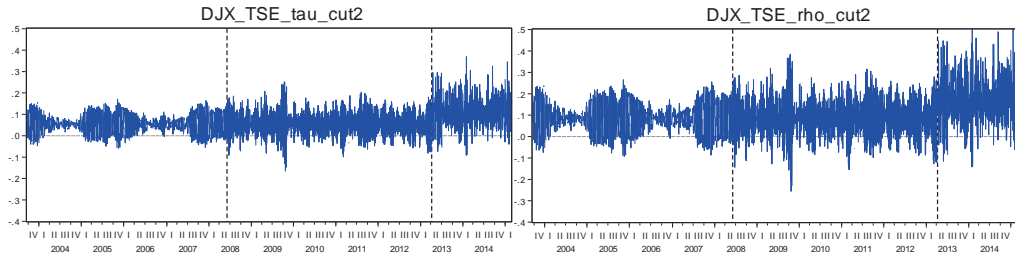


圖 6 DJX 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態依第二種切割方式的變化過程

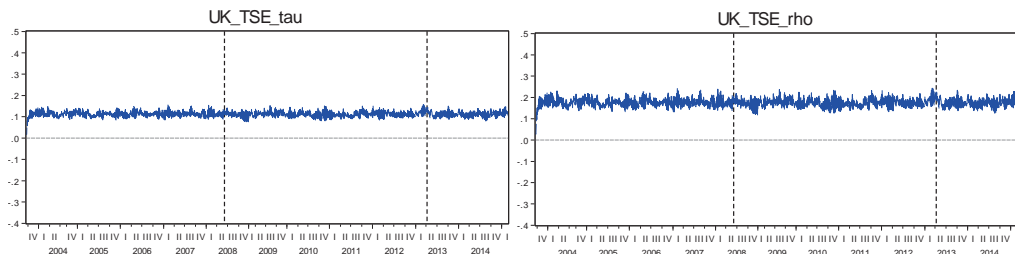


圖 7 UK 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態變化過程

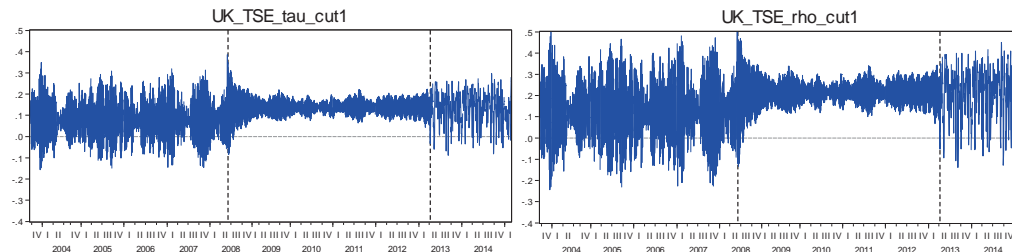


圖 8 UK 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態依第一種切割方式的變化過程

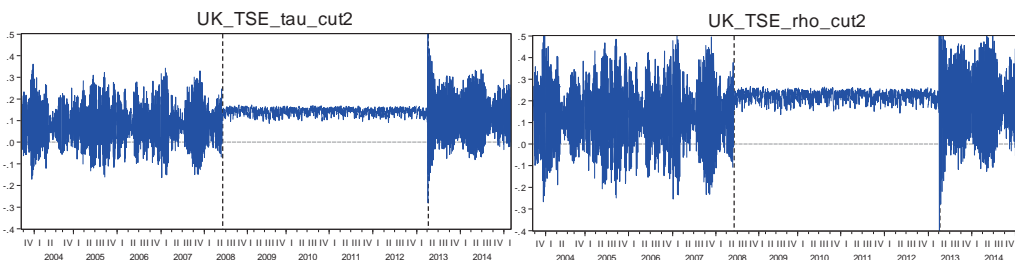


圖 9 UK 與 TSE 之 τ 與 ρ 動態依第二種切割方式的變化過程

參考文獻

- Bouyé, E., Durrleman, V., Nikeghbali, A., Riboulet, G., and Roncalli, T. (2000). Copulas For Finance: A Reading Guide and Some Applications. Groupe de Recherche Opérationnelle, Crédit Lyonnais, Paris, France.
- Genest, C., Mackay, J. (1986). The Joy of Copulas: Bivariate Distributions with Uniform Marginals. The American Statistician, 40, No. 4.

- Hollander, M., Wolfe, D. A., (1973). *Nonparametrics Statistical Method*. New York: John Wiley & Sons Ltd.
- Joe, H. (1997). *Multivariate Models and Dependence Concepts*, Monographs on Statistics and Applied Probability. 73, Champmann & Hall, London.
- Patton, A. J. (2001). *Estimation of Copula Models for Time Series of Possibly Different Lengths*. Working Paper, University of California, San Diego.
- Peng, M. Y., Lee, W. C. (2013). The Correlation and Contagion Effect Between US REITs and Japan REITs - Based On the ARMAX-GJR-GARCH-COPULA Model. *Asian Economic and Financial Review*, 3(12):1609-1619
- Rong, N., Trück, S. (2010). Modelling the Dependence Structure between Australian Equity and Real Estate Markets – a Copula Approach. (accessed May 7, 2015), [available at http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1663152]
- Schwettzer, B., Wolff, E. (1981). On Nonparametric Measures of Dependence for Random Variables. *Annals of Statistics*, 9: 879-885
- Sklar, A. (1959). Fonctions de répartition á n dimensions et leurs marges. *Publications de l'Institute de Statistique de l'Université de Paris*, 8: 229-231.
- Sun, C. (2013). On the Market Risk of Securitized Timberlands. *Journal of Forest Economics*, 19: 110-127
- Wang, Y. C., Wu, J. L., Lai Y. H. (2013). A revisit to the dependence structure between the stock and foreign exchange markets: A dependence-switching copula approach. *Journal of Banking & Finance*, 37:1706–1779
- Zhou, J., Randy I. A. (2012). Extreme Risk Measures for International REIT Markets. *J Real Estate Finance Econ*, 45:152–170